

## Loogika konspekt

### Sõna loogika kolm tähendust

1. Loogika kui sündmuste seostatus, seaduspärasus
2. Loogika kui väidete seostatus
3. Loogika kui teadus, mis uurib seoseid väidete vahel

### Loogilise mõtlemise põhireeglid

#### Samasuse reegel

Ühte ja sama väljendit tuleb alati kasutada ühes ja samas tähenduses

#### Mittevasturääkivuse reegel

Arutlustes ei tohi olla vasturääkivusi

#### Välistatud kolmanda reegel

Tõene on kas väide või väite eituse – kolmandat võimalust ei ole.

#### Küllaldase aluse reegel

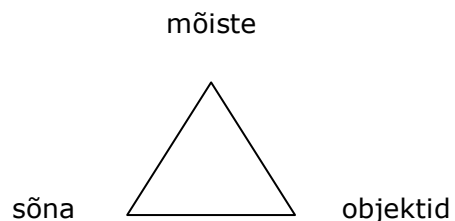
Väited peavad olema küllaldaselt põhjendatud

### Mõiste

Sõnadel/väljenditel on tähendus ja osutus. Tähenduseks on vastav mõiste, osutuseks aga vastavad objektid.

Mõiste on mõte, mis väljendab teatud objektide olulisi tunnuseid.

Mõistet tähistab sõna (väljend). Mõiste, objekt(id) ja sõna (väljend) moodustavad nn semantilise (ehk tähendus-) kolmnurga:



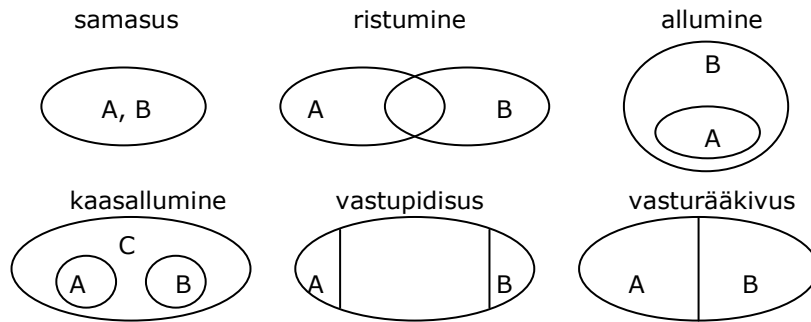
Iga mõiste puhul eristatakse mõiste sisu ja mahtu. Mõiste sisu moodustavad tunnused, mida mõiste väljendab. Mõiste mahu moodustavad objektid, millel on nimetatud tunnused.

Vastavalt mõiste mahule eristatakse kolme liiki mõisteid:

1. Nullmahulised mõisted.
2. Üksikmõisted
3. Üldmõisted.

Mõistete eriliik on kogumõisted, mis tähistavad mingite objektide hulka kui tervikut.

## Mõistetevahelised suhted



### Definitsioon

Defineerida (ld *dēfīnītio* 'piiritlemine') ehk määratleda saab sõnu (väljendeid) ning mõisteid. Esimesel juhul on tegemist nominaaldefinitsiooniga (ld *nominālis* 'nimeline'), teisel juhul reaaldefinitsiooniga (ld *reālis* 'aineline, tegelik').

Reaaldefinitsioone on kahesuguseid:

- ostensiivsed (ld *ostentus* 'näitamine') – mõiste defineeritakse näitamise teel
- verbaalsed (ld *verbum* 'sõna') – mõiste defineeritakse teiste mõistete kaudu.

### Definitsiooni reeglid

1. Definitsioon peab olema adekvaatne, st peab hõlmama täpselt kogu mõiste mahu.
2. Definitsioonis ei tohi olla ringi, st mõistet ei saa defineerida sellise mõiste kaudu, mis ise on defineeritud antud mõiste kaudu.
3. Definitsioon peab olema selge ja täpse sõnastusega.

### Liigitus

Liigitusi on kahesuguseid:

1. Taksonoomilised (kr *taxis* 'kordaseadmine', *nomos* 'seadus') – mõiste maht jagatakse mõtteliselt osadeks.
2. Mereoloogilised (kr *meros* 'osa', *logos* 'mõiste') – objekt, mida mõiste tähistab jagatakse mõtteliselt osadeks. Mereoloogiliselt saab liigitada kogumõisteid.

### Liigituse reeglid

1. Liigitus peab olema adekvaatne, st liigituse liikmete mahtude summa peab võrduma liigitatava mõiste mahuga.
2. Liigitama peab ühel ja samal alusel.
3. Liigituse liikmed peavad üksteist välistama.

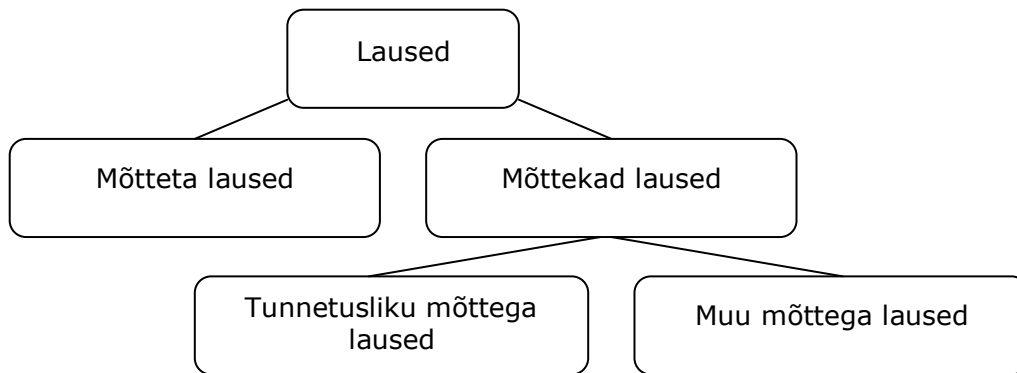
### Otsustus

Otsustus/väide on mõte, milles väidetakse midagi millegi kohta. Otsustus võib olla tõene või väär.

Üht ja sama otsustust saab väljendada erinevate lausetega ja erinevates keeltes, nt *Vihma sajab*, *Es regnet*, *It is raining*.

Üks ja sama lause võib väljendada korruga mitut otsustust, nt *Toomas otsib oma kaduma läinud koera*.

Mitte iga lause ei väljenda otsustust, nt *Mis kell on?*, *Kolmnurk irvitab*, *nähes nurgapoolitaja täbarat olukorda*.



### Analüütilised ja sünteetilised otsustused/väited

Analüütiline on väide, mille tõesuse või ekslikkuse saab kindlaks teha analüüsi teel, nt *Kõik poisid on meessoost*.

Sünteetiline on väide, mille tõesuse või ekslikkuse kindlakstegemisest ei piisa analüüsist, nt *Eestis lahutatakse iga teine abielu*.

### Otsustuse liigid

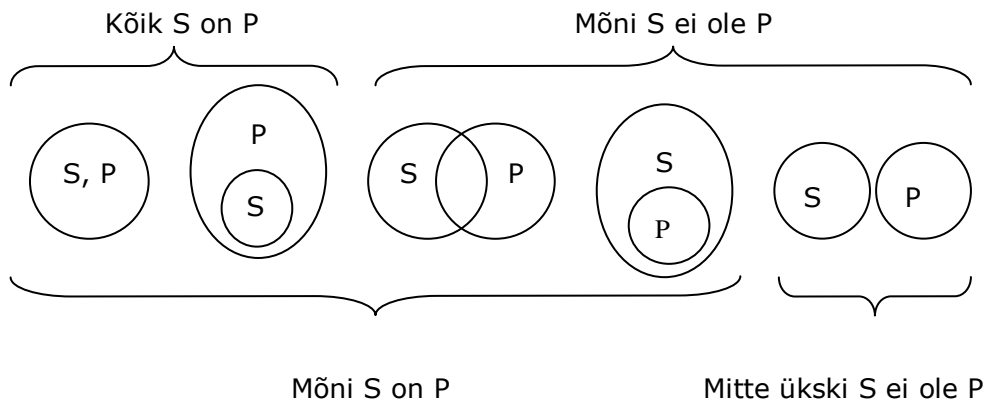
#### 1. Lihtotsustused

- Atributiivsed otsustused
  - Üldjaatavad: Kõik S on P
  - Üldeitavad: Mitte ükski S ei ole P
  - Osajaatavad: Mõni S on P
  - Osaeitavad: Mõni S ei ole P
- Suhteotsustused
  - Üld-üld-jaatavad
  - .....
  - Osa-osaeitavad

#### 2. Liitotsustused

- Eitav otsustus:  $\neg p$
- Konjunktiivne otsustus:  $p \ \& \ q$
- Disjunktiivne otsustus:  $p \ \vee \ q$
- Implikatiivne otsustus:  $p \ \supset \ q$

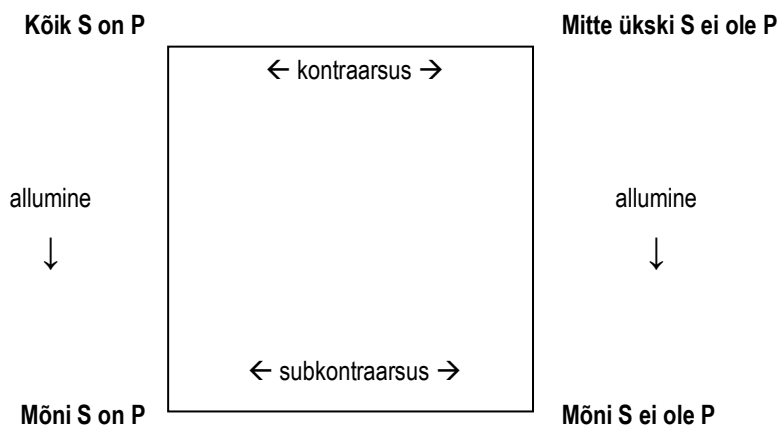
## Atributiivse otsustuse tõesuse tingimused



## Loogiline ruut

Nelja liiki atributiivsete otsustuste tõeväärtuste vahel on teatud seosed, mille näitlikustamiseks kasutatakse nn loogilist ruutu.

Seosed atributiivsete otsustuste tõeväärtuste vahel on järgmised:



1. Üldotsustused on kontraarsed ehk vastupidised: mõlemad võivad olla koos väärad, kuid ei saa olla koos tõesed.
2. Osaotsustused on subkontraarsed: mõlemad võivad olla koos tõesed, kuid ei saa olla koos väärad.
3. Osaotsustus allub üldotsustusele: kui üldotsustus on tõene, on ka osaotsustus tõene ning kui osaotsustus on väär, on ka üldotsustus väär.
4. Üldjaatav ja osaeitav ning üldeitav ja osajaatav otsustus on kontradiktoorsed ehk teineteisele vastu rääkivad: kui üks on tõene, on teine väär ning kui üks on väär, on teine tõene.

Nimetatud seosed silmas pidades saa ühe otsustuse tõeväärtuse teadmise alusel teha järeldusi teiste otsustuste tõeväärtuste kohta. Selliseid järeldusi nimetatakse **järeldusteks loogilise ruudu järgi**.

### Sümbolite selgitused

	Loogilise termini nimetus	Näide lausest, milles esineb antud loogiline termin	Antud lause loogiline vorm
$\neg$	eitus (ei ole tõsi, et...)	Ei ole tõsi, et Maa on Universumi keskpunktis	$\neg p$ (loetakse: mitte-p)
$\&$	konjunktsioon (... ja ...)	Mati töötab õpetajana ja osaleb täienduskoolituses	$p \& q$ (loetakse: p ja q)
$\vee$	disjunktsioon (... ja/või ...)	Mari läheb sel nädalal kinno ja/või teatrisse	$p \vee q$ (loetakse: p või q)
$\supset$	implikatsioon (kui..., siis...)	Kui vihma sajab, siis katused on märjad	$p \supset q$ (loetakse: kui p, siis q)
$\vdash$	järeldumine	Väitest <i>Kui vihma sajab, siis katused on märjad</i> järeldub <i>Kui katused ei ole märjad, siis vihma ei saja</i>	$p \supset q \vdash \neg q \supset \neg p$

Nii nagu matemaatikas on ka loogikas tehete tugevusrida (loogilisi tehteid tähistavad vastavad sümbolid). Loogikas on tehete tugevusrida kõige tugevamast alustades järgmine:

$\neg, \&, \vee, \supset$

### Liitotsustuse tõeväärtus

A	B	$\neg A$ eitus	A & B konjunktsioon	A $\vee$ B disjunktsioon	A $\supset$ B implikatsioon
t	t	v	t	t	t
t	v	v	v	t	v
v	t	t	v	t	t
v	v	t	v	v	t

### Ekvivalentsed liitotsustused

- $\neg\neg A \sim A$
- $A \& B \sim B \& A$
- $A \vee B \sim B \vee A$
- $A \supset B \sim \neg A \vee B$
- $\neg(A \& B) \sim \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \vee B) \sim \neg A \& \neg B$
- $\neg(A \supset B) \sim A \& \neg B$

### Otsustuse eitamine

Otsustuse eitamine seisneb antud väitele vasturääkiva väite leidmises.

### Lihtotsustuse eitamine

Otsustus	Otsustuse eitus
Kõik S on P	Mõni S ei ole P
Mitte ükski S ei ole P	Mõni S on P
Mõni S on P	Mitte ükski S ei ole P
Mõni S ei ole P	Kõik S on P

## Liitotsustuse eitamine

Otsustus	Otsustuse eitus
$\neg A$	$A$
$A \& B$	$\neg A \vee \neg B$
$A \vee B$	$\neg A \& \neg B$
$A \supset B$	$A \& \neg B$

## Küsimus

Teatud eeldustele tuginedes lisainformatsiooni soovimine.

Sõltuvalt sellest, millist vastust oodatakse, eristatakse nelja liiki küsimusi.

1. Jah-ei küsimused nõuavad jah või ei vastust.
2. Suletud küsimustes esitatakse võimalikud vastusevariandid.
3. Avatud küsimused ei anna vastusevariante.
4. Retoorilised küsimused on need, milles küsilause vormis midagi väidetakse ning vastust ei oodatagi.

Küsimused liigitatakse veel probleemseteks ja mitteprobleemseteks. Kõik probleemid sõnastatakse küsimustena, kuid mitte kõik küsimused ei väljenda probleemi. Küsimus ei ole probleemne kahel juhul.

1. Kui sellele küsimusele on juba keegi vastuse leidnud ning pole alust seda vastust vaidlustada.
2. Kui sellele küsimusele vastuse leidmiseks on olemas üksikasjalik juhend või koguni algoritm.

## Järeldamine

Järeldamine ehk arutlus on mõtlemisprotsess, mille käigus ühele või mitmele otsustusele tuginedes jõutakse uue otsustuseni. Järeldamise tulemust nimetatakse järelduseks, otsustusi aga, millele tuginetakse – eeldusteks.

Arutlused liigitatakse **induktiivseteks** (ld *inductio* 'sissejuhtimine, ergutamine') ja **deduktiivseteks** (ld *dēductio* 'väljatoomine').

**Induktiivne** on näiteks arutlus

Paar nädalat tagasi unustas ta ühe kokkusaamise ära. Eile unustas ta, et peab telefoniarve maksma. Täna unustas ta hommikul oma paberid koju. Ta on üldse üks unustaja-tüüpi inimene.

**Deduktiivne** on näiteks arutlus

Kõik tudengid sooritavad aeg-ajalt eksameid. Mõned tallinlased on tudengid. Järelikult sooritavad mõned tallinlased aeg-ajalt eksameid.

Deduktiivse järelduse ja eelduse/eelduste vahel on formaalloogiline seos ning taolise järeldamise reeglitest räägime pikemalt. Kui kõik eeldused on tõesed ning deduktiivne järeldus on õigesti tehtud, siis on ka järeldus tõene.

## Lauseloogika järeldused (kõige lihtsamad)

*Modus ponens* (ld 'jaatav moodus'):  $A \supset B, A \vdash B$

*Modus tollens* (ld 'eitav moodus'):  $A \supset B, \neg B \vdash \neg A$

## Lausearvutus

### Tähestik

1.  $p, q, r, s, p_1, p_2, \dots$  – lausemuutujad (nendega tähistatakse väiteid – tavaliselt lihtväiteid).
2.  $\neg, \&, \vee, \supset,$  – loogiliste konstantide (loogiliste tehete) sümbolid.
3.  $(, )$  – sulud.

Neist sümbolitest õigesti moodustatud väljendit nimetatakse **valemiks**.

### Valemi definitsioon

1. Lausemuutuja on valem.
2. Kui A on valem ja B on valem, siis on ka  $\neg A, (A \& B), (A \vee B), (A \supset B)$  valemid.

### Lausearvutuse otsesed järeldusreeglid

Eeldused	Järeldus	Reegli nimetus	Reegli tähistus
A, B	A & B	Konjunktsiooni sisseviimine	$\&_S$
A & B	A	Konjunktsiooni eemaldamine	$\&_E$
A & B	B	Konjunktsiooni eemaldamine	$\&_E$
A	A ∨ B	Disjunktsiooni sisseviimine	$\vee_S$
B	A ∨ B	Disjunktsiooni sisseviimine	$\vee_S$
A ∨ B, $\neg A$	B	Disjunktsiooni eemaldamine	$\vee_E$
A ∨ B, $\neg B$	A	Disjunktsiooni eemaldamine	$\vee_E$
A $\supset$ B, A	B	Implikatsiooni eemaldamine ( <i>modus ponens</i> )	$\supset_E$
A $\supset$ B, $\neg B$	$\neg A$	Implikatsiooni eemaldamine ( <i>modus tollens</i> )	$\supset_E$
A	$\neg\neg A$	Eituse sisseviimine	$\neg_S$
$\neg\neg A$	A	Eituse eemaldamine	$\neg_E$
$\neg(A \& B)$	$\neg A \vee \neg B$	Konjunktsiooni eitamine	$\&_{\neg}$
$\neg(A \vee B)$	$\neg A \& \neg B$	Disjunktsiooni eitamine	$\vee_{\neg}$
$\neg(A \supset B)$	A & $\neg B$	Implikatsiooni eitamine	$\supset_{\neg}$

### Lausearvutuse kaudsed järeldusreeglid

Juba tõestatud järeldus	Kaudne järeldus	Reegli nimetus
H, A $\vdash$ B	H $\vdash$ A $\supset$ B	Deduktsiooni reegel
H, $\neg A \vdash B \& \neg B$	H $\vdash$ A	Vastuväitelise tõestusviisi reegel

H tähistab eelduste (hüpoteeside) hulka. Kui järeldus B on tehtud eeldustele eelduste hulgast H, siis sümbolite abil väljendatakse seda järgmiselt:

$$H \vdash B$$

(loetakse: eelduste hulgast H järeldub B).

### Lausearvutuse juhend

1. Paneme kirja eeldus(ed). Eeldus(ed) on vasakul pool sümbolit  $\vdash$ . Kui komadega on eraldatud mitu valemit, siis on mitu eeldust. Eeldused nummerdame ning kirjutame juurde selgituse, et tegemist on eeldusega.
2. Kui paremal pool sümbolit  $\vdash$ , st tõestatavas järelduses on peatehteks (st kõige nõrgemaks tehteks) implikatsioon  $\supset$ , siis võtame lisa-eelduseks selle implikatsiooni vasaku poole. Sellisel juhul kasutame lõpuks deduktsiooni reeglit.
3. Vastuväitelist tõestusviisi kasutades võtame lisa-eelduseks tõestatava järelduse eituse ning püüame siis jõuda vasturääkivuseni.
4. Kõik tõestuse sammud nummerdame araabia numbritega ning märgime juurde, millise sammu alusel ja millise reegli järgi see või teine valem on saadud. Eelduste puhul kirjutame juurde, et tegemist on eeldustega.
5. Kokkuvõtva järelduse juurde kirjutame selgituseks, milliste sammude alusel ja/või millise reegli järgi on järeldus tehtud. Kui järeldusi on mitu, nummerdame need rooma numbritega.

### Lausearvutuse näide

Tõestame järelduse:  $p \ \& \ q \supset r \ \vdash \ p \ \& \ \neg r \supset \neg q$

- |    |                        |                   |
|----|------------------------|-------------------|
| 1. | $p \ \& \ q \supset r$ | eeldus            |
| 2. | $p \ \& \ \neg r$      | eeldus            |
| 3. | $p$                    | 2; $\&_E$         |
| 4. | $\neg r$               | 2; $\&_E$         |
| 5. | $\neg(p \ \& \ q)$     | 1, 4; $\supset_E$ |
| 6. | $\neg p \vee \neg q$   | 5; $\&_{\neg}$    |
| 7. | $\neg q$               | 3, 6; $\vee_E$    |

**I.**  $p \ \& \ q \supset r, p \ \& \ \neg r \ \vdash \ \neg q$  Sammude 1–7 alusel

**II.**  $p \ \& \ q \supset r \ \vdash \ p \ \& \ \neg r \supset \neg q$  I järelduse alusel, deduktsioonireegli järgi

### Järeldused muutmise teel

- |                        |               |                              |
|------------------------|---------------|------------------------------|
| Kõik S on P            | $\rightarrow$ | Mitte ükski S ei ole mitte-P |
| Mitte ükski S ei ole P | $\rightarrow$ | Kõik S on mitte-P            |
| Mõni S on P            | $\rightarrow$ | Mõni S ei ole mitte-P        |
| Mõni S ei ole P        | $\rightarrow$ | Mõni S on mitte-P            |

### Järeldused ümberpööramise teel

- |                        |               |                        |
|------------------------|---------------|------------------------|
| Kõik S on P            | $\rightarrow$ | Mõni P on S            |
| Mitte ükski S ei ole P | $\rightarrow$ | Mitte ükski P ei ole S |
| Mõni S on P            | $\rightarrow$ | Mõni P on S            |
- Mõni S ei ole P (järeldust teha ei saa)



## Süllogism

Süllogismil on kaks eeldust, millel on üks ühine termin (nn keskmine termin). Vastavalt keskmise termini paigutusele eeldustes eristatakse süllogismi nelja figuuri.

### 1. figuur

Kõik ristkülikud on rööpkülikud.

Kõik ruudud on ristkülikud.

Kõik ruudud on rööpkülikud.

### 2. figuur

Kõik jumalad on surematud.

Mitte ükski inimene ei ole surematu.

Mitte ükski inimene ei ole jumal.

### 3. figuur

Mõni õun on magus.

Kõik õunad on puuviljad.

Mõni puuvili on magus.

### 4. figuur

Mitte ükski usklik ei ole ateist.

Mõni ateist on fanaatik.

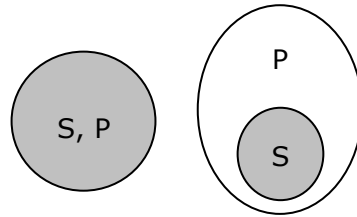
Mõni fanaatik ei ole usklik.

## Süllogismi reeglid

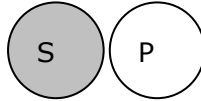
1. Vähemalt üks eeldus peab olema üldotsustus.
2. Vähemalt üks eeldus peab olema jaatav.
3. Kui üks eeldus on osaotsustus, siis peab ka järeldus olema osaotsustus.
4. Kui üks eeldus on eitav, peab ka järeldus eitav olema.
5. Kui mõlemad eeldused on jaatavad, siis peab ka järeldus olema jaatav.
6. Keskmine termin peab olema piiritletud vähemalt ühes eelduses
7. Termin, mis ei ole piiritletud eelduses, ei tohi olla piiritletud ka järelduses.

## Terminite piiritletus

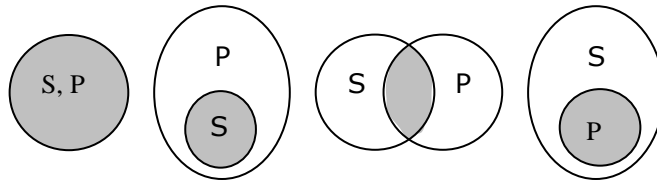
Kõik  $S^+$  on  $P^-$



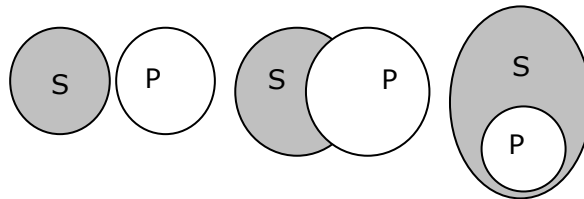
Mitte ükski  $S^+$  ei ole  $P^+$



Mõni  $S^-$  on  $P^-$



Mõni  $S^-$  ei ole  $P^+$



## Argumentatsioon

Väite tõesuse või tõepärasuse põhjendamine teiste väidete alusel. Argumentatsiooni moodustavad:

- tees (väide, mida argumenteeritakse),
- argumendid (väited, mille abil argumenteeritakse)
- seos argumentide ja teesi vahel.

Eristatakse otset ja kaudset argumentatsiooni. Esimesel juhul argumenteeritakse teesi, teisel juhul aga kritiseeritakse teesi eitust.

Kriitika eesmärk on põhjendada mingi väite ekslikkust, väheusutavust või alusetust.

Argumendid liigitatakse *ad rem* (ld 'vastavalt asjale') ja *ad hominem* (ld 'vastavalt inimesele') argumentideks: esimesed on sisulised, teised aga kergendavad veenmist psühholoogiliselt. Tüüpilised on näiteks sellised *ad hominem* argumendid:

- Isikule keskendumine.
- Tunnetele keskendumine.
- Võhikluse ärakasutamine.
- Autoriteedi arvamusele viitamine (ld *argūmentum ipse dixit* 'tema-ise-on-öelnud argument').
- Jõu argument ehk *ad baculum* argument (ld *baculum* 'kepp').